



#### 4.8 Linearizirani model sila na kormilu

Za potrebe proračuna osnovnih svojstava kormilarenja po formulama iz poglavlja 4.3 i kontrole dinamičke stabilnosti broda prema formulama iz poglavlja 4.4, uvode se pretpostavke u skladu s linearnom teorijom upravljivosti broda:

1. zanemaruje se utjecaj uzdužnog na poprečna gibanja broda ( $x$ -komponenta jednadžbi gibanja)
2. zanemaruje se promjena uzdužne komponente brzine broda ( $u = u_0 = const$ )
3. zanemaruje se promjena brzine vrtnje propelera ( $n = n_0 = const$ ),
4. pretpostavlja se mali kut zanošenja kormila ( $\beta_R \ll 1$ ,  $\sin(\beta_R) \approx \beta_R$ ,  $\cos(\beta_R) \approx 1$ )
5. zanemaruje se utjecaj otpora kormila na poprečnu silu kormila ( $F_D \sin \beta_R \approx 0 \ll F_L$ )
6. pretpostavlja se da je koeficijent uzgona kormila linearna funkcija napadnog kuta:

$$C_L(\alpha) = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha \quad (4.44)$$

nakon čega jednadžbe (4.35) sila na kormilu:

$$\begin{aligned} X_R &= F_L \sin \beta_R - F_D \cos \beta_R \\ Y_R &= F_L \cos \beta_R + F_D \sin \beta_R \\ N_R &= Y_R x_R \end{aligned}$$

poprimaju jednostavan oblik:

$$\begin{aligned} Y_R &= F_L \\ N_R &= Y_R x_R \end{aligned}$$

(4.45)

Korištenjem (4.33) i (4.44), za poprečnu silu na kormilu dobiva se linearizirani izraz:

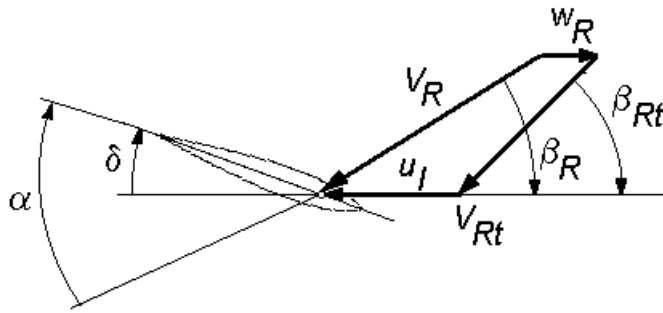
$$Y_R = \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha \quad (4.46)$$

Napadni kut kormila  $\alpha = \delta + \beta_R$  na krmu broda i u struji propelera jednak je zbroju geometrijskog kuta otklona kormila  $\delta$  i kuta pristrujavanja vode na kormilo  $\beta_R$ , (vidi sliku 4.3), pa se sila na kormilu može napisati u obliku:

$$Y_R = \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\delta + \beta_R) \quad (4.47)$$

Ako se u izraz za brzinu i kut pristrujavanja vode na kormilo (4.38), uvrsti pretpostavka linearne teorije  $v_{RPH} \ll u_{RPH}$ , vrijedi:

$$\begin{aligned} V_R^2 &\approx u_{RPH}^2 \\ \beta_R &\approx \frac{-v_{RPH}}{u_{RPH}} \end{aligned} \quad (4.48)$$



Slika 4.3 Pojednostavljena slika pristrujavanja vode na kormilo

Za komponente brzine pristrujavanja vode na kormilo može se koristiti pojednostavljen model strujanja, prikazan na slici 4.3, a koji se dobiva ako se u jednažbe (4.39) i (4.40) uvrsti  $\gamma_P = \gamma_R = \Phi_v = 0$ . Kombinacijom izvedenih izraza može se dobiti:

$$\begin{aligned} u_{RPH} &= (1 - w_R)u_{Rt} + \varepsilon_{RP} \left( \sqrt{1 + k_{RP}C_{Th}} - 1 \right) (1 - w_P)u_{Pt} \\ v_{RPH} &= v_{Rt} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Korištenjem pretpostavke linearne teorije  $u = u_0$  u jednažbama za brzinu gibanja kormila i propelera (4.41) dobiva se:

$$\begin{aligned} u_{Rt} &= u_0 \\ v_{Rt} &= v + x_R r \\ u_{Pt} &= u_0 \end{aligned} \quad (4.50)$$

pa jednažba (4.49) poprima oblik:

$$\begin{aligned} u_{RPH} &= \left[ (1 - w_R) + \varepsilon_{RP} \left( \sqrt{1 + k_{RP}C_{Th}} - 1 \right) (1 - w_P) \right] u_0 \\ v_{RPH} &= v + x_R r \end{aligned} \quad (4.51)$$

Uvrštenjem dobivenog izraza u (4.48) dobivaju se formule za proračun brzine i kuta pritjecanja vode na kormilo:

$$\begin{aligned} V_R &= \left[ (1 - w_R) + \varepsilon_{RP} \left( \sqrt{1 + k_{RP}C_{Th}} - 1 \right) (1 - w_P) \right] u_0 \\ \beta_R &= - \frac{v + x_R r}{V_R} \end{aligned} \quad (4.52)$$

(4.53)

pa se za poprečnu silu na kormilo (4.47) dobiva:

$$Y_R = \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \left( \delta - \frac{v + x_R r}{V_R} \right) \quad (4.54)$$

Budući da je, u okvirima linearne teorije upravljivosti, koeficijent opterećenja vijka porivom (4.43):

$$C_{Th} = \frac{T_0}{\frac{1}{2} \rho \left( \frac{\pi D_P^2}{4} \right) [(1 - w_P)u_0]^2} \quad (4.55)$$

konstantna vrijednost (za konstantnu brzinu broda  $u = u_0$  i konstantnu brzinu vrtnje propelera  $n = n_0$  i poriv vijka mora biti konstantan  $T = T_0$ ), te da su sve ostale veličine u (4.52) konstantne, to je u okvirima linearne teorije i brzina pritjecanja

vode na kormilo  $V_R$  konstantna veličina tijekom cijelog manevra.

Budući da su, nadalje, gustoća vode  $\rho$ , površina kormila  $A_R$  i gradijent koeficijenta uzgona  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  također sve konstantne veličine, to su izrazi za poprečnu silu na kormilu (4.54) i odgovarajući moment (4.45) samo funkcije osnovnih varijabli jednadžbi gibanja ( $v, r, \delta$ ):

$$\begin{aligned} Y_R(v, r, \delta) &= \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \left( \delta - \frac{v + x_R r}{V_R} \right) \\ N_R(v, r, \delta) &= Y_R x_R \end{aligned} \quad (4.55)$$

Za rješenje jednadžbi gibanja potrebne su parcijalne derivacije ovih izraza:

$$\begin{aligned} Y_{Rv} &= \frac{\partial Y_R}{\partial v} = -\frac{1}{2} \rho A_R V_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N_{Rv} &= \frac{\partial N_R}{\partial v} = -\frac{1}{2} \rho A_R V_R x_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ Y_{Rr} &= \frac{\partial Y_R}{\partial r} = -\frac{1}{2} \rho A_R V_R x_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N_{Rr} &= \frac{\partial N_R}{\partial r} = -\frac{1}{2} \rho A_R V_R x_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ Y_{\delta} &= \frac{\partial Y_R}{\partial \delta} = \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N_{\delta} &= \frac{\partial N_R}{\partial \delta} = \frac{1}{2} \rho A_R V_R^2 x_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Kod praktičnog proračuna koriste se bezdimenzionalni oblici ovih gradijenata, kako slijedi:

$$\begin{aligned} Y'_{Rv} &= \frac{Y_{Rv}}{\frac{1}{2} \rho L^2 u_0} = -A'_R \frac{V_R}{u_0} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N'_{Rv} &= \frac{N_{Rv}}{\frac{1}{2} \rho L^3 u_0} = -A'_R \frac{V_R}{u_0} x'_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ Y'_{Rr} &= \frac{Y_{Rr}}{\frac{1}{2} \rho L^3 u_0} = -A'_R \frac{V_R}{u_0} x'_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N'_{Rr} &= \frac{N_{Rr}}{\frac{1}{2} \rho L^4 u_0} = -A'_R \frac{V_R}{u_0} x'^2_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \\ Y'_{\delta} &= \frac{Y_{\delta}}{\frac{1}{2} \rho L^2 u_0^2} = A'_R \left( \frac{V_R}{u_0} \right)^2 \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & N'_{\delta} &= \frac{N_{\delta}}{\frac{1}{2} \rho L^3 u_0^2} = A'_R \left( \frac{V_R}{u_0} \right)^2 x'^2_R \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.57)$$

gdje su:

$$\begin{aligned} A'_R &= \frac{A_R}{L^2} \\ x'_R &= \frac{x_R}{L} \end{aligned} \quad (4.58)$$

U sustavu uvedenih pretpostavki o dostrujavanju vode na kormilo za omjer brzine na kormilu i brzine napredovanja borda  $V_R / u_0$  dobiva se izraz:

$$\frac{V_R}{u_0} = (1 - w_R) + \phi_u (1 - w_P) \quad (4.59)$$

Gradijent koeficijenta uzgona kormila  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  određuje se pokusom slobodne vožnje kormila ili se procjenjuje iz rezultata pokusa s vođenim modelom (uz pretpostavku veličine koeficijenta sustrujanja na kormilu  $w_R$ ). Za kormila bez rubnih ploča može se koristiti poluempirijski izraz:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \frac{2\pi}{1 + \frac{2.2}{\lambda_R^{\frac{2}{3}}}}$$

(4.60)

gdje je  $\lambda_R$  izduženje kormila:

$$\lambda_R = \frac{H_R}{\bar{c}_R} = \frac{H_R^2}{A_R}$$

(4.61)

slijedećih geometrijskih karakteristika:

$A_R$	površina kormila
$H_R$	visina kormila
$\bar{c}_R$	srednja duljina profila kormila